

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/259533392>

Matemática do Planeta Terra

Book · July 2013

CITATIONS

0

READS

740

3 authors:



F. P. Da Costa

Universidade Aberta

63 PUBLICATIONS 650 CITATIONS

SEE PROFILE



J. T. Pinto

Technical University of Lisbon

26 PUBLICATIONS 53 CITATIONS

SEE PROFILE

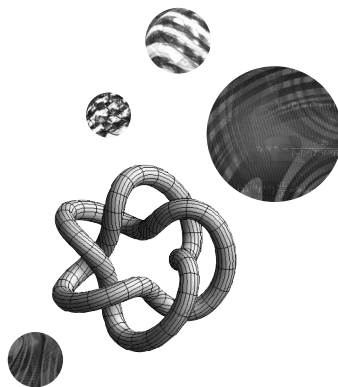


Jorge Buescu

University of Lisbon

66 PUBLICATIONS 1,440 CITATIONS

SEE PROFILE



M A T E M Á T I C A
D O P L A N E T A
T E R R A



PRESS

TÍTULO

Matemática do Planeta Terra

EDITORES

Fernando Pestana da Costa • Jorge Buescu • João Teixeira Pinto

PRODUÇÃO

Manuela Morais

DESIGN

Golpe de Estado – Produções Criativas, Lda.

COMPOSIÇÃO/ PAGINAÇÃO

BSK Consulting, Unipessoal Lda.

IMPRESSÃO /ACABAMENTO

Sereer Unipessoal, Lda.

ISBN

978-989-8481-26-9

DEPÓSITO LEGAL

362010/13

1ª EDIÇÃO

SETEMBRO 2013

TIRAGEM

700 exemplares

F I C H A T É C N I C A

EDITORA: IST Press

DIRETOR: Pedro Lourtie

Instituto Superior Técnico

Av. Rovisco Pais

1049-001 Lisboa

Portugal

Tel.: +351 21 841 76 86/59

Fax: +351 21 841 76 14

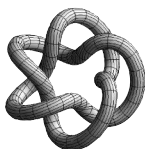
E-mail: ist-press@ist.utl.pt

www.istpress.ist.utl.pt

Copyright © 2013 • Instituto Superior Técnico

Reservados todos os direitos. Esta publicação não pode ser reproduzida, nem transmitida, no todo ou em parte, por qualquer processo eletrónico, mecânico, fotocópia, gravação ou outros, sem prévia autorização escrita da Editora.





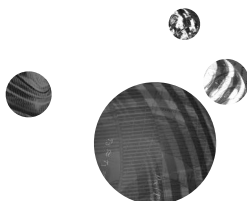
MATEMÁTICA DO PLANETA TERRA

editores

FERNANDO PESTANA DA COSTA

JOÃO TEIXEIRA PINTO

JORGE BUESCU



ABDELRAHIM MOUSA

AIRES DOS SANTOS

ALBERTO PINTO

ALEXANDRA SYMEONIDES

ALEXANDRE RODRIGUES

BRIGITE BOTEQUIM

CARLOS PIRES

CLARICE DEMÉTRIO

EDVIGES COELHO

FABIO CHALUB

FERNANDO SANTOS

FILIPPE ROCHA

GRAÇA SILVEIRA

ISABEL NATÁRIO

JOAQUIM ALVES GASPAR

JORDI GARCIA-GONZALO

JORGE BRAVO

JORGE PICADO

JOSÉ FRANCISCO RODRIGUES

JOSÉ GUILHERME BORGES

JOSÉ MIGUEL PEREIRA

JOSÉ NATÁRIO

JOSÉ TOMÉ

JUHA VIDEMAN

LUÍS MATEUS

LUÍS MATIAS

MAÍRA AGUIAR

MANUELA OLIVEIRA

MARGARIDA TOMÉ

MARIA DA GRAÇA MAGALHÃES

NICO STOLLENWERK

PAULA DE OLIVEIRA

PEYMAN GHAFARI

RENATO SOEIRO

SÉRGIO OLIVEIRA

SUSETTE MARQUES

TIAGO DOMINGOS

URSZULA SKWARA



ÍNDICE

Prefácio

ix

A TERRA I

UMA PANORÂMICA MATEMÁTICA

Alguns Aspectos Matemáticos do Planeta Terra

José Francisco Rodrigues

3

A Matemática da Navegação e da Cartografia no Tempo das Descobertas

Joaquim Alves Gaspar

29

Entre Ordem e Desordem: da Célula ao Sol

Maria Paula Serra de Oliveira

59

A TERRA II

MATEMÁTICA DO PLANETA FÍSICO

Compreender o Clima, uma Aventura pelos Paradigmas da Modelação

Carlos Pires

99

O Efeito da Rotação da Terra na Circulação Atmosférica e Oceânica

Juha Videman • Aires dos Santos

141

Resolver o Problema Inverso para Encontrar Recursos e Investigar o Interior da Terra

Fernando A. M. Santos • Graça Silveira • Luis Matias

167

Intermitência Heteroclínica do Campo Geomagnético

Alexandre A. P. Rodrigues

207

Análise de Fourier e Aplicações em Dinâmica de Estruturas

Sérgio Oliveira

247

O GPS e a Teoria da Relatividade

José Natário

299

A TERRA III

MATEMÁTICA DO PLANETA VIVO

Das Formas às Fórmulas: Estrutura e Geometria das Conchas Marinhas

Jorge Picado

323

A Viagem de Darwin pela Matemática

Fabio Chalub

359

A Matemática dos Recursos Biológicos: Crescimento e Colapso

Tiago Domingos

387

**Biomatemática: Novos Desafios, Parte I – Caos, Ruído Dinâmico e Separação
das Escalas Temporais em Epidemiologia**

Maíra Aguiar • Peyman Ghaffar • Luís Mateus • Filipe Rocha • Urszula Skwara

Nico Stollenwerk • Alexandra Symeonides

397

**Biomatemática: Novos Desafios, Parte II – Superdifusão, Criticalidade e Avaliação
Bayesiana de Modelos em Epidemiologia**

Nico Stollenwerk • Urszula Skwara • Filipe Rocha • Luis Mateus

Peyman Ghaffari • Maíra Aguiar

427

A TERRA IV

MATEMÁTICA DO PLANETA HUMANO

Influência das Decisões Individuais num Mercado Competitivo

Renato Soeiro • Abdelrahim S. Mousa • Alberto A. Pinto

455

Aplicações Estatísticas em Análise de Catástrofes Naturais

Manuela M. Oliveira • Isabel Natário • Susete Marques • Jordi Garcia-Gonzalo

Brigite Botequim • José G. Borges • Margarida Tomé • José M. Pereira

José Tomé • Clarice G. B. Demétrio

475

Dinâmica e Estrutura da População Humana: Medidas e Modelos Matemáticos

Edviges Coelho • Maria Graça Magalhães • Jorge Miguel Bravo

503

Notas Biográficas dos Autores e Editores

543



PREFÁCIO

A Matemática é, a par com a Astronomia (à qual está intimamente ligada desde a Antiguidade), a mais antiga Ciência desenvolvida pelo Homem. Tanto quanto actualmente se conhece, a origem da Matemática (e da Astronomia) nas civilizações pré-clássicas do Egito e da Mesopotâmia esteve relacionada de muito perto com necessidades práticas de medida e de contagem. Parte dessas necessidades, se não mesmo todas, poderiam classificar-se como atividades de matematização do Planeta Terra. Paradigmática dessa faceta da Matemática como instrumento humano para conhecer e actuar sobre o Planeta em que vivemos é a área que mais cedo se autonomizou como disciplina matemática independente das suas origens práticas: a *Geometria*¹.

Claro que o desenvolvimento da Matemática, desde a sua autonomização como disciplina científica lógico-dedutiva na Grécia Antiga, até ao imenso dinamismo da investigação contemporânea, tem múltiplas razões e motivações, muitas internas à própria Matemática, muitas outras externas. Destas, a necessidade de uma linguagem precisa, matemática, para descrever fenómenos aparentemente complexos, foi sempre uma das mais importantes, e, se necessário fosse, para justificar esta afirmação basta relembrar a criação do Cálculo Diferencial e Integral, no século XVII, independentemente por Isaac Newton e Gottfried Leibniz, como a linguagem adequada à descrição do movimento de corpos pontuais, em particular dos Planetas (e, portanto, também da Terra) em torno do Sol. O Cálculo desenvolveu-se, rigorizou-se, permeou e fertilizou outras áreas da Matemática, algumas muito mais antigas, como a Geometria, outras originadas pelo seu desenvolvimento, e todas estas disciplinas, sinergicamente, interagindo entre si e com outras Ciências, resultaram na espantosa vitalidade da Matemática durante os séculos XIX e XX, e na actualidade, constituindo-se numa das mais espantosas, belas e profundas criações do espírito humano.

Em todo este percurso, a utilização da matemática para o entendimento do Planeta onde vivemos, nas suas múltiplas facetas, esteve sempre presente. Na actualidade, num planeta onde mais de sete mil milhões de humanos cohabitam e competem por recursos naturais cada vez mais escassos, o papel da Ciência, e, em particular, da Matemática, é incontornável. A Matemática é um dos instrumentos mais preciosos para conseguirmos abordar com rigor (e, eventualmente, resolver) os problemas com que as sociedades humanas se deparam neste início do século XXI. A *Matemática do Planeta Terra* já não é (apenas) a medição da superfície da Terra, ou da sua órbita no espaço (ou a dos corpos celestes nossos vizinhos); a *Matemática do Planeta Terra* é, presentemente, parte do conjunto de todas as áreas científicas em que a Matemática tem de ser utilizada para compreender e actuar sobre a realidade que

¹Do Grego antigo: γεω (geo = Terra) μετρία (metria = medida).

nos rodeia e que nos afecta: na Meteorologia e nas Previsões Climáticas, na Oceanografia, Geofísica e Sismologia, na Gestão de Recursos Económicos e Naturais e na Gestão de Riscos, na Evolução Biológica, na Epidemiologia, e na Dinâmica de Populações...

O reconhecimento desta ubiquidade da Matemática nas actividades de modelação e previsão de tantas e tão diversas facetas da realidade e, simultaneamente, o sentimento de urgência face a tantos problemas que afectam a vida das sociedades humanas contemporâneas foram certamente instrumentais para que algumas Sociedades matemáticas concebessem, para decorrer ao longo de 2013, a iniciativa “Mathematics of Planet Earth”. A ideia inicial, apresentada à comunidade matemática internacional no Congresso Internacional de Matemáticos que decorreu em Hyderabad, Índia, em Agosto de 2010, entusiasmou os matemáticos e rapidamente congregou o esforço colaborativo de mais de uma centena de sociedades científicas, universidades, institutos de investigação, academias e outras instituições ligadas à investigação e ao ensino da matemática, tendo mesmo recebido o patrocínio da UNESCO e atingindo o estatuto de “ano internacional”.

A iniciativa Matemática do Planeta Terra 2013 (MPE–2013) pretende promover a investigação, o ensino e a divulgação pública da Matemática como instrumento científico fundamental para a compreensão e resolução dos desafios enfrentados pelo nosso Planeta e pelos seres vivos que nele habitam: em particular os desafios climáticos, demográficos, ecológicos, económicos, energéticos, sociais e tecnológicos, enfrentados pela humanidade neste início de milénio.

x

Foi neste contexto que se considerou útil a publicação de uma obra como esta — um livro de divulgação de nível elevado, que pudesse ser lido e utilizado com proveito por professores, estudantes do Ensino Superior, e, em geral, por todos aqueles que, desejando compreender como é que a Matemática está presente na nossa compreensão do que se passa no exterior, no interior e à superfície do Planeta Terra, não se deixem intimidar por equações. Em particular, tal obra proporcionaria àqueles estudantes uma panorâmica de como a Matemática, e em particular os conteúdos estudados nas unidades curriculares de Matemática dos seus cursos, é actualmente aplicada à resolução de problemas do Mundo real, estimulando o seu interesse por tais matérias. O desafio seguinte não foi trivial: formar uma equipa pluridisciplinar de cientistas activos de elevada craveira, portugueses ou radicados em Portugal, disposta a escrever textos com aquelas características sobre o seu domínio de especialidade. Não é um desafio muito comum para os cientistas, pelo que a sua recepção era uma incógnita. Foi, portanto, com enorme satisfação que verificámos a disponibilidade dos autores que, desde o primeiro contacto, revelaram um grande entusiasmo e carinho pelo projecto. Assim, o nosso primeiro agradecimento é para os autores deste livro: sem eles e a sua dedicação e esforço este o livro nunca poderia existir. A todos, neste momento em que o seu esforço vê finalmente a luz, o nosso muito obrigado.

Alguns temas neste livro são mais conhecidos do que outros. Essa diversidade, longe de ser accidental, foi intencional. De facto, se há contextos em que a necessidade de uma explicação ou modelação matemática dos fenómenos surge de forma natural ou mesmo inevitável, como os movimentos pla-

netários ou a dinâmica de populações, outros há em que as vantagens em dispor de uma abordagem matemática rigorosa são menos conhecidas, como o papel da teoria de jogos na decisão social ou na Evolução darwiniana. Tentou-se, ao construir a equipa de trabalho, trazer à luz uma panorâmica global sobre o papel desempenhado pela Matemática na nossa compreensão dos fenómenos que nos rodeiam. Além disso, o facto de termos reunido cientistas activos nas respectivas áreas revelou-se crucial: dispomos aqui de uma fotografia do actual *state of the art* em cada uma das áreas focadas, ainda que necessariamente adaptado de modo a poder ser lido por um público não especialista.

Seria evidentemente irrealista considerar que o livro pudesse cobrir exaustivamente todas as aplicações da Matemática ao estudo do Planeta Terra. Nem sequer, de forma alguma, sustentamos que de entre as ausentes não figurem algumas de relevância comparável àquelas aqui abordadas. Contudo, no seu conjunto, o livro transmite uma ideia muito precisa do poder da abordagem matemática dos problemas nos quais é chamada a intervir: ainda que o conhecimento qualitativo dos fenómenos seja indispensável, só por si ele não permite realizar avanços muito significativos. Apenas por intermédio de modelos matemáticos adequados, muitas vezes bastante sofisticados, nos é permitida a evolução para um nível superior de compreensão dos problemas, no qual deixamos de ter apenas uma descrição mais ou menos qualitativa dos fenómenos, para passarmos a estar em condições de realizar previsões quantitativas, que podemos confrontar com os dados observacionais. Este é o grande salto qualitativo na compreensão do Mundo que nos é oferecida por uma abordagem matemática — e é, no fundo, parte da “desrazoável eficácia da Matemática” na compreensão do Mundo. Pensamos que este livro a torna bem evidente no que diz respeito ao Planeta Terra.

xi

A estrutura do livro reflecte as grandes áreas científicas propostas pela Comissão Internacional MPE–2013. Depois de uma secção inicial (A Terra: uma panorâmica matemática) bastante generalista, onde são cobertos um grande conjunto de tópicos em que a Matemática intervém decisivamente, da célula ao Sol, da cartografia ao clima, passa-se a secções mais especializadas. Na segunda secção (Matemática do planeta físico) são tratadas questões directamente relacionadas com problemas físicos. Encontramos aqui tratados com detalhe questões como a modelação climática ou a circulação atmosférica e oceânica, o tratamento de problemas inversos em Geofísica interna, a dinâmica das inversões do campo magnético e a Matemática por trás de questões tão directamente relacionadas com o ser humano como a construção anti-sísmica ou o GPS. Na secção seguinte (Matemática do planeta vivo) são tratados matematicamente problemas provenientes do mundo vivo, da “forma necessária das conchas” à Teoria da Evolução, da Matemática dos recursos naturais à biomatemática da epidemiologia. Finalmente, a quarta secção (Matemática do planeta humano) é dedicada especificamente a questões que envolvem directamente o ser humano; e aí são tratadas questões como modelação matemática de problemas de decisão social, a ocorrência e impacto de incêndios florestais em Portugal ou a dinâmica e estrutura da população humana.

PREFÁCIO

Somos, assim, levados numa esclarecedora viagem através de uma grande variedade de temas, proporcionando-nos uma visão global quer dos métodos matemáticos utilizados na descrição do nosso Planeta quer das tendências e resultados mais recentes nas áreas científicas em que tais temas são enquadrados.

Se é claro que sem o entusiasmo dos autores dos diversos capítulos este livro não teria passado de uma ideia de três amigos, também é claro que o resultado final deve muito às diversas instituições que se entusiasmaram com o projecto e que prestaram o seu apoio institucional, financeiro, ou logístico à publicação deste livro, as quais, por ordem alfabética, foram as seguintes: *Agência Nacional para a Cultura Científica e Tecnológica “Ciência Viva”*, *Centro de Análise Matemática*, *Geometria e Sistemas Dinâmicos* do Instituto Superior Técnico, *Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais* da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, *Comité Nacional para o MPT-2013*, *Fundação para a Ciência e a Tecnologia*, *Sociedade Portuguesa da Matemática*, *Universidade Aberta* e *Universidade Técnica de Lisboa*. Estamos também sinceramente gratos a Francisco Miguel Dionísio, Manuela Morais, Marcos Mateus e Teresa Pires, a cuja empenhada colaboração, em diversas fases do processo, o resultado final muito deve.

Uma nota final. Verificando-se em Portugal uma situação de transição entre duas normas ortográficas, e sendo a adopção de cada uma delas, à data de publicação do livro, não-obrigatória, decidi deixar-se a cada autor a liberdade de optar pela norma ortográfica que pretendia seguir. Quanto à norma ortográfica utilizada neste Prefácio, à falta de melhores argumentos a decisão ficou a cargo do resultado do lançamento aleatório de uma moeda equilibrada. . .

OS EDITORES
Lisboa, Julho 2013